

## MỘT SỐ TÍNH CHẤT CỦA DÃY CHÍNH QUY CHIỀU $> k$

Phạm Hữu Khánh<sup>1</sup>

Ngày nhận bài: 01/11/2021; Ngày phản biện thông qua: 13/01/2022; Ngày duyệt đăng: 15/01/2022

### TÓM TẮT

Khái niệm dãy chính quy chiều  $> k$  và độ sâu chiều  $> k$  được giới thiệu bởi M. Brodmann & L. T. Nhan (2008). Kết quả thứ nhất của chúng tôi trong bài viết này là chỉ ra đáng điều của độ sâu chiều  $> k$  thông qua dãy khớp. Kết quả thứ hai của chúng tôi là chỉ ra một chặn trên cho chiều của môđun đồng điều Koszul liên quan đến dãy chính quy chiều  $> k$ .

**Từ khóa:** Dãy chính quy chiều  $> k$ , độ sâu chiều  $> k$ , tập nguyên tố liên kết, môđun đồng điều Koszul.

### 1. MỞ ĐẦU

Khái niệm dãy chính quy đóng vai trò quan trọng trong Đại số giao hoán. Cho  $(R, m)$  là vành giao hoán Noether địa phương,  $M$  là  $R$ -môđun hữu hạn sinh và  $I$  là idêan của  $R$ . Phần tử  $x \in m$  được gọi là phần tử chính quy của  $M$  hay phần tử  $M$ -chính quy nếu  $x.u \neq 0$  với mọi  $u \in M, u \neq 0$ . Một dãy các phần tử  $x_1, \dots, x_r \in m$  được gọi là  $M$ -dãy chính quy nếu  $x_i$  là phần tử chính quy của  $M / (x_1, \dots, x_{i-1})M$ , với mọi  $i = 1, \dots, r$ . Nói cách khác, một dãy các phần tử  $x_1, \dots, x_r \in m$  được gọi là  $M$ -dãy chính quy nếu  $x_i \notin p$  với mọi  $p \in \text{Ass}_R(M / (x_1, \dots, x_{i-1})M)$ , với mọi  $i = 1, \dots, r$ . Mọi  $M$ -dãy chính quy cực đại đều có cùng độ dài, độ dài chung này được gọi là độ sâu của môđun  $M$  và ký hiệu là  $\text{depth}(M)$  (H. Matsumura 1986). Độ sâu  $\text{depth}(M)$  cho ta nhiều thông tin quan trọng của môđun  $M$ . Môđun  $M$  là môđun Cohen-Macaulay nếu và chỉ nếu  $\dim M = \text{depth}(M)$ .

Năm 1978, trong khi nghiên cứu một mở rộng của môđun Cohen-Macaulay, N. T. Cuong, P. S. Schenzel & N. V. Trung (1978) đã đưa ra khái niệm dãy lọc chính quy là một mở rộng của khái niệm dãy chính quy. Năm 2005, L. T. Nhan giới thiệu khái niệm dãy chính quy suy rộng từ đó suy ra tính hữu hạn của tập nguyên tố liên kết liên quan đến dãy các phần tử.

Năm 2008, M. Brodmann & L. T. Nhan đã giới thiệu khái niệm dãy chính quy chiều  $> k$  là một mở rộng của khái niệm dãy chính quy, như sau: Cho  $k \geq -1$  là một số nguyên. Một dãy các phần tử  $x_1, \dots, x_r \in m$  được gọi là  $M$ -dãy chính quy chiều  $> k$  nếu  $x_i \notin p$  với mọi  $p \in \text{Ass}(M / (x_1, \dots, x_{i-1})M)$ ,  $\dim(R/p) > k$  với mọi  $i = 1, \dots, r$ . Hơn nữa, M. Brodmann & L. T. Nhan chứng minh được rằng mọi dãy chính quy chiều  $> k$  cực đại của  $M$  trong idêan  $I$  đều có cùng độ dài, độ dài chung này được gọi là độ sâu chiều  $> k$  của  $M$  trong  $I$  và được ký hiệu  $\text{depth}_k(I, M)$ ,

(N. T. Cuong, N. V. Hoang & P. H. Khanh 2010). Sử dụng dãy chính quy chiều  $> k$ , M. Brodmann & L. T. Nhan (2008) đã chứng minh một số kết quả hữu hạn của tập nguyên tố liên kết. Chú ý rằng  $x_1, \dots, x_r$  là  $M$ -dãy chính quy chiều  $> -1$  nếu và chỉ nếu nó là  $M$ -dãy chính quy theo nghĩa thông thường;  $x_1, \dots, x_r$  là  $M$ -dãy chính quy chiều  $> 0$  nếu và chỉ nếu nó là  $M$ -dãy lọc chính quy theo nghĩa của N. T. Cuong, P. Schenzel & N. V. Trung (1978) và  $x_1, \dots, x_r$  là  $M$ -dãy chính quy chiều  $> 1$  nếu và chỉ nếu nó là  $M$ -dãy chính quy suy rộng theo nghĩa L. T. Nhan (2005).

Nghiên cứu các mở rộng của dãy chính quy để thu được một số tính chất hữu hạn và tính chất ổn định của môđun trên vành giao hoán đang thu hút sự quan tâm của nhiều người (xem M. Brodmann & L. T. Nhan (2008), N. T. Cuong, N. V. Hoang & P. H. Khanh (2010), K. Khashyarmansh & Sh. Salarian (1999), R. Lu & Z. Tang (2001), L. T. Nhan (2005), ...).

### 2. NỘI DUNG VÀ PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

#### 2.1. Phương pháp nghiên cứu

Trong bài báo này chúng tôi sử dụng một số phương pháp sau đây để nghiên cứu:

- Các phương pháp nghiên cứu toán lý thuyết.
- Phương pháp đồng điều và đối đồng điều.
- Phương pháp sử dụng lý thuyết chiều.

#### 2.2. Nội dung nghiên cứu

Nghiên cứu một số tính chất của dãy chính quy chiều  $> k$  thông qua môđun đồng điều Koszul và nghiên cứu đáng điều của độ sâu chiều  $> k$  thông qua dãy khớp.

### 3. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Cho  $(R, m)$  là vành giao hoán Noether địa phương,  $M$  là  $R$ -môđun hữu hạn sinh,  $I$  là idêan của  $R$  và  $k > -1$  là một số nguyên. Trước hết chúng

<sup>1</sup>Khoa Khoa học Tự nhiên và Công nghệ, Trường Đại học Tây Nguyên;

Tác giả liên hệ: Phạm Hữu Khánh, ĐT: 0905238905, Email: phkhanh@ttn.edu.vn.